

Composition de Physique, filière MPI (XUL), 2025

Dans de nombreuses situations, les électrons libres présents dans un métal peuvent être assimilés à un plasma faiblement dense. Ces électrons peuvent alors entrer en oscillation collective, donnant naissance à des excitations appelées plasmons. Le présent sujet, intitulé *Ondes électromagnétiques à la surface des plasmas*, vise à étudier deux types particuliers de plasmons: d'une part, les plasmons de surface localisés, qui se manifestent dans des structures métalliques de taille nanométrique telles que des billes ou des tiges; d'autre part, les plasmons de surface, qui apparaissent le long d'une interface plane entre un métal massif et un diélectrique. Ces deux catégories de plasmons sont au coeur de nombreuses applications, notamment en raison de leur capacité à absorber les ondes électromagnétiques à des fréquences bien déterminées proches des radiations visibles.

Ce sujet était centré sur la mécanique du point, l'électrostatique et l'électromagnétisme. Il nécessitait une mise en pratique des notions acquises en première et deuxième année des classes préparatoires relatives à ces thèmes, à savoir pour la Mécanique du point matériel (*principe fondamental de la dynamique, mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique, oscillateur harmonique*), pour l'Électrostatique (*Utilisation des symétries et invariances pour la détermination d'un champ électrique créé par une distribution de charges électriques, théorème de Gauss, discontinuité du champ à la traversée d'une surface chargée, théorème de superposition*) et pour l'Électromagnétisme (*Équations de Maxwell, propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu conducteur isotrope linéaire, structure d'une onde plane électromagnétique dans un tel milieu, structure d'une onde évanescente*). Le sujet permettait également de tester les connaissances des candidat(es) sur les lois de Snell-Descartes. Il se composait de trois parties distinctes de difficultés assez comparables et qui pouvaient être traitées de manière relativement indépendante. L'énoncé du problème était précédé d'un texte introductif d'une dizaine de lignes.

La première partie du problème, intitulée *Plasmons de surface localisés* visait à déterminer les pulsations des différents plasmons pouvant être observés pour des objets métalliques nanométriques tels que des sphères et des cylindres ainsi que pour une plaque d'épaisseur négligeable. L'objectif de cette partie était d'identifier le rôle de la géométrie et du confinement sur ce phénomène et de comprendre l'intérêt d'utiliser des nanoparticules allongées pour les applications médicales. La seconde, *Plasmons de surface*, se focalisait quant à elle sur les oscillations électroniques observées au voisinage de la surface plane d'un métal de grande dimension.

Chaque partie du problème comportait des questions de cours ou d'application directe

du cours ainsi que quelques questions nécessitant une réflexion plus approfondie. Une grande majorité des candidat(es) a pu aborder chacune des deux parties du problème.

Pour les 393 candidat(e)s (toutes nationalités confondues) ayant passé l'épreuve la moyenne est de 9,24 avec un écart type de 4,02. Pour les candidat(e)s de nationalité étrangère, la moyenne est de 7,50 et l'écart type de 4,10. Pour les candidat(e)s de nationalité française, la moyenne est quant à elle de 9,40 et l'écart type de 3,98.

Le tableau ci-dessous résume la répartition des notes obtenues par les 288 candidat(e)s :

Tranche	Nombre de copies	pourcentage
$0 \leq N < 4$	39	9.92 %
$4 \leq N < 8$	102	25.95 %
$8 \leq N < 12$	154	39.19 %
$12 \leq N < 16$	79	20.10 %
$16 \leq N \leq 20$	19	4.84 %

Remarques générales :

Comme chaque année, il nous semble important de rappeler quelques règles générales, qui bien qu'évidentes restent toujours méconnues de nombreux(ses) candidat(e)s:

- Il est essentiel de soigner son expression écrite et d'éviter un langage approximatif, indigne de futur(e)s ingénieur(e)s. Les erreurs grammaticales et orthographiques nuisent considérablement à la clarté et à la compréhension des explications fournies pour justifier un raisonnement ou un résultat. De telles erreurs ont inévitablement un impact négatif sur l'évaluation globale de la copie.
- Il est important de s'appliquer, de ne pas négliger la forme et la présentation générale de sa copie, et de produire une écriture lisible afin de faciliter le travail du correcteur.
- Bien lire le texte d'énoncé de chaque question et notamment analyser la signification des verbes employés, afin de comprendre le niveau de la réponse attendue. Par exemple *Rappeler une expression* ne nécessite pas de la démontrer.
- Vérifier systématiquement l'homogénéité des résultats obtenus. Cette démarche permet souvent de s'affranchir d'erreurs stupides, comme des erreurs ty-pographiques.
- Présenter un résultat numérique avec les unités physiques correctes et indiquer explicitement ces unités. Veiller à ce que le nombre de décimales significatives données soit en adéquation avec la précision des données numériques fournies par l'énoncé.
- Il est indispensable de toujours justifier les hypothèses formulées et de mentionner les principes appliqués au cours d'un raisonnement. Les résultats obtenus sans justification ne sont pas considérés comme valides. Il convient également de définir de manière très explicite les variables introduites afin de mener à bien un calcul.

- Ne pas négliger les applications numériques demandées car celles-ci constituent une part importante du nombre total de points attribués dans l'évaluation finale.
- Les questions posées ne constituent pas un commentaire de texte, et les réponses ne doivent pas se limiter à une paraphrase de l'énoncé. Pour chaque question, une réponse argumentée, fondée sur un raisonnement physique rigoureux, est attendue. Il ne faut pas hésiter, lorsque cela est pertinent, à s'appuyer sur des schémas explicatifs pour étayer la réponse.

Commentaire détaillé de l'épreuve.

Partie I- Plasmons de surface localisés

1 Application directe du cours relativement bien traitée.

2 Une large majorité des candidats a correctement déterminé l'expression littérale attendue. Toutefois, de nombreuses copies comportaient une erreur de signe. Cette inexactitude aurait pu être évitée en vérifiant, à la question suivante, que l'équation décrivant le mouvement des électrons correspond bien à celle d'un oscillateur harmonique.

3 Question bien traitée. Toutefois, certaines copies présentent des erreurs d'homogénéité dans l'expression de la pulsation propre du mouvement : soit la masse est omise, soit c'est le carré de la pulsation propre qui est donné à la place de la pulsation elle-même. Par ailleurs, dans un nombre significatif de copies, l'équation obtenue ne correspond pas à celle d'un oscillateur harmonique, en raison d'une erreur de signe introduite à la question précédente.

4 Il s'agissait d'une question d'application directe du cours, globalement bien traitée. Cependant, de nombreux candidat(e)s ont perdu des points pour ne pas avoir invoqué les symétries et l'invariance par rotation afin de justifier que le champ devait être radial et que sa norme ne dépendait que de la distance radiale r .

5 Question relativement discriminante, avec seulement environ 20% de bonnes réponses. Certain(e)s candidat(e)s, bien qu'ayant correctement exprimé le champ électrique, ont été pénalisés(e)s pour ne pas avoir précisé son caractère uniforme. Une lecture plus attentive de l'énoncé aurait permis d'éviter cette omission.

6 Question simple, mais dont la résolution repose sur une bonne réponse à la question précédente..

7 Question discriminante. Peu de candidat(e)s ont compris qu'il fallait appliquer le théorème de Gauss au voisinage de la surface à en tenant compte de la discontinuité du champ électrique à la traversée d'une surface chargée à pour déduire, à partir de l'expression du champ intérieur obtenue à la question 5, le champ électrique extérieur.

8 Question de cours qui a donné lieu à une grande variété de réponses, parfois hors sujet, telles que : "*champ électrique d'une sphère chargée*", "*champ gravitationnel*" ou "*champ magnétique créé par un aimant*".

9 Pour répondre correctement à cette question, il fallait représenter les lignes de champ électrique à la fois à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère, en prenant soin d'indiquer leur orientation. Rappelons que, par convention, les lignes de champ électrique partent des charges positives et se dirigent vers les charges négatives. Cette propriété, fondamentale pour la représentation du champ, a été souvent omise ou mal appliquée.

10 Il suffisait ici de comparer la taille des nanosphères à la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique incident. Cette comparaison permet de justifier les approximations utilisées dans le modèle. De nombreuses copies ont confondu cette étape avec une comparaison à l'amplitude des oscillations des plasmons, ce qui ne répond pas à la question posée.

11 Relativement peu de candidat(e)s semblent connaître l'ordre de grandeur des longueurs d'onde correspondant aux UV proches. Il est pourtant utile de retenir que cette gamme s'étend approximativement de 200 à 400 nm.

12 La première partie de la question, qui consistait à déterminer le champ électrique à l'intérieur d'un cylindre infini portant une distribution volumique de charge uniforme, relevait d'un exercice classique d'application directe du cours d'électrostatique. Il convenait de commencer par identifier les symétries du système à invariance par translation le long de l'axe et par rotation autour de celui-ci à puis d'appliquer le théorème de Gauss. L'immense majorité des candidat(e)s ayant traité la question 11 ont répondu de manière correcte à cette première partie.

La deuxième partie portait sur le champ électrique à l'intérieur du cylindre, en supposant un déplacement transverse x par rapport à l'axe. Elle nécessitait un raisonnement similaire à celui mené à la question 5, dans un contexte sphérique. Pour les candidat(e)s ayant correctement traité cette question précédente, cette partie ne présentait donc pas de difficulté majeure. Elle s'est toutefois révélée relativement discriminante.

La troisième partie demandait de déterminer le champ électrique à l'extérieur du cylindre. Comme dans la question 5, il fallait utiliser l'expression du champ intérieur et appliquer les conditions imposées par le théorème de Gauss à la traversée d'une surface chargée. Moins d'une dizaine de copies sont parvenues au résultat attendu.

Enfin, la dernière partie consistait à utiliser le principe fondamental de la dynamique pour établir l'équation différentielle du mouvement des électrons. Il s'agissait de montrer que ce mouvement est harmonique, puis d'en déduire l'expression de la pulsation propre.

13 Question ne présentant pas de difficultés majeures. La plupart des erreurs observées semblent provenir d'une mauvaise compréhension de l'énoncé.

14 Cette question a mis en évidence que de nombreux(ses) candidat(e)s ne maîtrisaient pas la relation fondamentale entre la pulsation d'une onde et sa longueur d'onde.

15 Question peu discriminante pour les candidat(e)s l'ayant abordée.

16 Le taux de bonnes réponses est faible. La plupart des candidat(e)s ont bien compris que l'oscillation des électrons se produit dans la direction longitudinale du cylindre. Toutefois, peu ont précisé que, du fait de la structure de l'onde dans un milieu matériel isotrope, cette oscillation correspond à une propagation transverse par rapport à l'axe du cylindre.

Partie II- Plasmons de surface

17 Question d'application directe du cours, à laquelle l'immense majorité des candidat(e)s a répondu de manière satisfaisante. Les erreurs observées sont principalement dues à un manque d'attention, telles que l'oubli de la masse lors du report de la vitesse dans l'expression de la conductivité ou des erreurs de signe, par exemple dans le passage de $\frac{1}{i}$ à $-i$.

18 Question classique d'application directe du cours, ne présentant pas de difficultés majeures. Certains candidat(e)s ont obtenu la relation de dispersion suivante :

$$k^2 = -\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}.$$

Cette erreur de signe aurait pu être facilement évitée en considérant le cas du vide, pour lequel $\omega_p = 0$.

19 Question bien abordée. L'ensemble des candidat(e)s ont compris que les vecteurs $\vec{k}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ forment un trièdre direct. Cependant, par erreur d'inattention ou manque de réflexion, beaucoup ont conclu que les vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{E}$ étaient alignés respectivement selon les directions (Ox) et (Oz) , alors qu'ils peuvent simplement être contenus dans le plan (Ox, Oz) .

20 Question bien traitée par les candidat(e)s l'ayant abordée. Néanmoins, un nombre considérable de copies présentent une erreur de signe dans la relation demandée.

21 L'immense majorité des candidat(e)s ayant traité cette question ont correctement utilisé la relation de structure de l'onde. La plupart des erreurs observées proviennent d'une erreur de signe, soit dans l'expression de la relation de structure, soit par propagation d'une erreur similaire commise à la question 20.

22 Question relativement discriminante, bien qu'elle ne présente pas de difficultés majeures en soi, car y répondre exigeait d'avoir répondu correctement aux questions 20, 21 et 22.

23 Question peu abordée, bien qu'elle reprenne un thème très classique d'électromagnétisme.

24 Peu de réponses à cette question.

25 Question simple, mais dont le traitement correct exigeait d'avoir obtenu à la question 17 l'expression correcte de la conductivité complexe.

26 Question sans difficulté, à condition d'avoir répondu correctement à la question 25.

27 Question simple, mais peu abordée, car elle requérait d'avoir précédemment traité correctement les questions 20, 23 et 26.

28 Question simple, mais dont la réponse exigeait préalablement d'avoir obtenu les expressions correctes du champ B dans le vide et dans le métal à la question 22, ainsi que d'utiliser la continuité de la composante x du champ E à la traversée de l'interface séparant le vide du métal.

29 Question peu abordée, car de nombreux(ses) candidat(e)s n'avaient pas résolu les questions préalables nécessaires à sa résolution.

30 Une fraction importante des copies se sont limitées au cas d'une onde incidente normale. Dans de nombreuses copies, de manière erronée, l'angle i' , formé par le faisceau transmis avec la normale à la surface, est supposé inférieur à l'angle i entre la normale et le faisceau incident.

31 La plupart des candidat(e)s ayant traité cette question ont bien compris qu'il s'agissait d'une onde évanescence, avec un amortissement de l'amplitude dans la direction Oz , et que les composantes selon z des vecteurs d'onde dans le vide et dans le métal sont des imaginaires purs. Cependant, une grande majorité des copies affirme à tort que ces deux vecteurs d'onde sont des nombres imaginaires purs de même signe.

32 Question sans difficulté pour ceux et celles y ayant répondu.

33 De bonnes réponses pour la minorité de candidat(e)s ayant traité cette question.

34 Question relativement peu abordée par les candidat(e)s. La formule permettant de calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion, ou directement à partir de la pente du graphe ω en fonction de k , est connue. Toutefois, les calculs ou l'analyse visant à déterminer ses valeurs dans les deux limites proposées par l'énoncé sont souvent incorrects.

35 Peu de réponses correctes.

36 Peu de réponses correctes.

37 Question abordée par moins d'une dizaine de candidat(e)s, avec peu de réussite.