

Épreuves orales de mathématiques, filière MP

Les paragraphes suivants rassemblent les impressions qu'ont laissées aux examinateurs de mathématiques les oraux de l'édition 2025 du concours.

Les examinateurs espèrent que les candidates et candidats qui ont échoué cette année trouveront dans ce rapport un début d'explication, et que sa lecture permettra à celles et ceux qui se présenteront lors du concours de 2026 d'aborder les oraux dans de bonnes conditions.

Les nouveaux programmes sont appliqués lors des oraux du concours. Il est important de rappeler que l'épreuve orale porte sur l'ensemble du programme, y compris la théorie des probabilités, la géométrie ou le calcul différentiel. Bien évidemment, les exercices sont minutieusement conçus pour que les théorèmes du programme suffisent seuls à leur résolution.

L'oral de mathématiques doit permettre à l'examineur d'évaluer la compréhension qu'a la candidate ou le candidat des concepts et méthodes fondamentaux du programme de mathématiques.

Pendant l'interrogation, l'autonomie des candidats est particulièrement importante. Les examinateurs apprécient leur capacité à aller de l'avant, ainsi que leur aptitude à imaginer des stratégies et à faire preuve d'agilité technique. Les candidates et candidats doivent prendre l'initiative, proposer un plan d'attaque ou, si le problème semble difficile, tester l'énoncé sur des cas particuliers et éventuellement dessiner des figures pour donner forme à leur intuition, ce qui peut s'avérer utile même hors du cas évident d'un problème de géométrie. Face à un exercice difficile, il est attendu qu'ils et elles réagissent de façon cohérente et intelligente en s'inspirant de situations plus communes déjà rencontrées, ou de cas particuliers intéressants plus accessibles. L'examineur peut alors choisir de les laisser développer une stratégie de résolution (si tant est qu'elle soit bien mise en œuvre, quand bien même celle-là ne serait pas la plus efficace), ou au contraire les aiguiller vers des arguments plus adaptés, dont le développement peut se révéler plus gratifiant.

Les questions posées par les examinateurs appellent des réponses claires et directes. Une bonne formulation doit conjuguer clarté, concision et précision. La candidate, ou le candidat, doit structurer sa réflexion et formuler avec précision des arguments complets. Il vaut mieux, avant de s'exprimer, faire une courte pause pour rassembler ses idées. Par ailleurs, il faut prendre le temps de la réflexion et ne pas se lancer dans des calculs sans objet.

Mentionnons une tendance récente qui nuit au déroulement de la pensée mathématique et à la discussion avec l'examineur : certaines candidates et certains candidats rechignent à écrire des propriétés mathématiques précises au tableau, et se contentent parfois d'un bavardage en guise de démonstration. Une variante de ce phénomène est la réticence à calculer. Il est tout à l'honneur d'une candidate ou d'un candidat de se demander si un argument abstrait permet de court-circuiter un calcul, mais ce n'est parfois pas le cas, et il ne faut alors pas hésiter à mener le calcul en question.

Lorsque l'examineur dicte l'énoncé de l'exercice, nous conseillons aux candidates et candidats de ne pas essayer de le reformuler ou d'utiliser abusivement des abréviations : ceci mène le

plus souvent à écrire une question qui n'est pas celle qui lui a été posée. Il vaut mieux écrire au tableau l'énoncé dans les termes exacts dictés par l'examineur. Ceux-ci ont toujours été choisis par les examinateurs avec soin et précision.

Il arrive aussi que l'examineur demande qu'un argument soit clarifié, sans pour autant que la stratégie de la candidate ou du candidat soit remise en cause : certaines et certains surréagissent à ces observations, ou les surinterprètent comme des indications à demi-mot, alors que l'examineur ne souhaitait rien d'autre que de s'assurer qu'un point était maîtrisé. *A contrario*, si l'examineur exprime clairement de sérieux doutes sur la méthode employée il est généralement préférable d'en tenir compte.

Venons-en enfin aux mathématiques elles-mêmes. Nous avons constaté les manques suivants chez de trop nombreux candidates et candidats.

- *Des incertitudes et manquements sur des points fondamentaux et/ou de cours* : manipulation de valeurs absolues, relations d'Euler, orthogonal d'une somme d'espaces vectoriels, convergence uniforme, théorème des accroissements finis, distinction entre élément minimal et borne inférieure. Nous rappelons que toute partie du programme peut faire l'objet d'un exercice, y compris le programme de première année.
- *Une réticence à faire des dessins* : pour guider un raisonnement, sur une question de géométrie, mais aussi, par exemple, sur une marche aléatoire, ou autre. Il ne faut pas hésiter à faire des dessins et raisonner géométriquement lorsque l'exercice s'y prête. Par exemple, une somme de deux carrés représente le carré d'une distance euclidienne dans le plan. (Et on regrette que la question "trouver le rayon minimal d'un disque centré en l'origine [dans le plan] contenant un carré de centre M et de côté a " mette en difficulté certains candidats.)
- *Un manque d'aisance technique* : difficultés à calculer, à trouver un équivalent, par exemple de $\arctan(x) - \pi/2$ en $+\infty$.
- *Un abus d'abréviations* : l'abus d'abréviations au tableau conduit parfois à des malentendus ou à des confusions. Par exemple est-ce que v.p. signifie valeur propre ou vecteur propre ? Contrairement à PGCD et PPCM, des abréviations telles que OPS, LASSE, OCAD, AM, MVC, DZ, ne sont pas universelles.
- *Des problèmes de logique* : par exemple des difficultés à exprimer la négation d'une proposition mathématique. Ainsi, le fait qu'une fonction ne tend pas vers 0 à l'infini ne signifie pas qu'elle admet une limite non nulle à l'infini. Certaines et certains utilisent encore l'ancienne terminologie « analyse/synthèse » et s'y rattachent comme à une bouée de sauvetage, sans pour autant que cela les aide à résoudre le problème posé. Ils et elles prononcent ces mots comme s'ils constituaient une idée, ce qui laisse parfois les examinateurs perplexes. L'usage de cette terminologie induit d'ailleurs parfois les candidates et candidats à commettre des erreurs de logique élémentaire.
- Le jury a remarqué que de nombreux candidats avaient du mal à effectuer au tableau des calculs de plusieurs lignes sans erreur. On aimerait que les candidats fassent appel à leur intuition pour détecter d'éventuelles erreurs de calculs. Bien que l'on ne s'attende pas à ce que les candidates et candidats soient des virtuoses du calcul, on aimerait qu'ils montrent une certaine familiarité avec des opérations élémentaires et sachent par exemple sans erreur

- calculer l’affixe du centre de gravité d’un triangle en fonction des affixes des sommets,
- calculer la décomposition canonique d’un polynôme de degré 2, et le rôle qu’y joue le discriminant,
- obtenir pour A une matrice telle que $I_n + A$ est inversible, que l’inverse de $I_n + A$ commute avec tout polynôme en A ,
- que les inégalités ne se dérivent pas,
- montrer que la trace d’une matrice nilpotente est nulle, mais que la réciproque est fausse,
- montrer la continuité d’une application de la forme $X \rightarrow \|MX\|$ pour M une matrice et $\|\cdot\|$ une norme,
- déterminer la composée de deux symétries orthogonales du plan ou la composée de deux rotations de centres distincts,
- Lorsqu’on demande de montrer qu’une matrice est inversible, il n’est pas nécessaire de calculer l’ensemble de son spectre ou de tenter de la diagonaliser.

Heureusement, de très bonnes candidates et de très bons candidats échappant à toutes ces critiques. Certaines et certains montrent même un enthousiasme rafraîchissant pour ce beau domaine que sont les mathématiques et interagissent de manière constructive avec les examinateurs. Nous espérons que ces quelques conseils (auxquels pourront s’ajouter ceux contenus dans les rapports des années précédentes) permettront d’en augmenter le nombre.