

Epreuve orale de mathématiques mineure**Exemples d'exercices posés à l'oral (session 2025)**

1. Analyse – Étude de la convergence de $f_n(x) = n x / (1 + n^2 x^2)$ et discussion de la dérivation terme à terme.
2. Analyse – Développement limité et régularité de $f(x) = x e^{\{x^2\}} \sin(1/x)$.
3. Fonction implicite : calcul de $\partial z / \partial x(1,1)$ pour $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, $x + y + z = 0$.
4. Intégration : $f_n(x) = \int_{[0,1/n]}(x)$. Étudier les convergences et l'échange limite/intégrale.
5. Intégrale double : $I(t) = \iint_{\{0 \leq y \leq x \leq t\}} e^{\{x-y\}} dx dy$. Étudier $I'(t)$ et sa limite.
6. Séries : convergence uniforme et dérivation de $f(x) = \sum \sin(nx)/n^2$.
7. Algèbre linéaire : matrice nilpotente $A^3 = 0$, $A^2 \neq 0$. Déterminer la forme de Jordan.
8. Algèbre linéaire : étude spectrale de $A = [[2,1],[1,2]]$. Interprétation géométrique.
9. Polynômes : $T(P) = P' - P$ sur $\mathbb{R}_2[X]$. Matrice, valeurs propres et diagonalisation.
10. Équation différentielle : $y'' + 2y' + y = e^{\{-x\}}$. Solution générale et comportement.
11. Variation de la constante : $y' = y + e^x$. Cas général a $y + b e^{\{cx\}}$.
12. Optimisation : $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 4y + 5$, contrainte $x + y = 2$.
13. Probabilités : tirage d'urnes, espérance conditionnelle et probabilité a posteriori.
14. Probabilités : convergence en loi de $X_n \sim \text{Bin}(n,1/n)$ vers Poisson(1).
15. Probabilités : indépendance de variables binaires et contre-exemple.
16. Analyse vectorielle : champ gradient $F(x,y) = (2xy, x^2 + 3y^2)$.
17. Intégrales multiples : $\iint_{\{x^2+y^2 \leq 1\}} (x^2 + y^2) dx dy$ en coordonnées polaires.
18. Théorème de Green : énoncé et application au calcul d'aire.
19. Théorème de Rolle : fonction continue non dérivable violant la conclusion.
20. Discussion finale : continuité des opérateurs et théorèmes d'interversion.